



Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica
Comitê Científico e Didático



Processo de Seleção para Olimpíadas Internacionais de 2011

Prova Final

RECOMENDAÇÕES GERAIS

- Respire fundo.
- Pense.
- Explique o que pensou.
- Seja claro.
- Sempre respeite os algarismos significativos.

- Organize seu espaço.
 - Use margens. As máquinas copadoras são impiedosas com as bordas.
 - Use espaçamento generoso entre as diferentes partes das suas respostas e entre respostas diferentes. Para questões longas, uma questão por página.
 - Escreva, em todas as folhas que entregar: seu nome, série escolar (de 2011), número da página e número total de páginas.
- Esta prova vem com 10 questões curtas e 3 questões longas. Procure responder a todas.

- Organize seu tempo. Não gaste mais que 3 horas com as questões curtas. Reserve pelo menos 30 min no fim para fazer questões que faltaram e revisar possíveis erros.
- A prova começa às 13 e termina às 18 horas de Brasília. Isto é, você tem cinco horas da sua vida para fazer a prova; faça bom uso dessas horas.

RECOMENDAÇÕES MATERIAIS

- O caderno de questões é seu, leve-o para casa.
- Há papel em branco disponível, em quantidade maior do que você precisará.
- Use calculadora! Se não tiver trazido, avise.
- Você pode escrever suas respostas com lápis, caneta, pincel ou martelo e cinzel. Estamos interessados nas suas ideias e não no tipo de material que você usará para expressá-las. Tome cuidado apenas com lápis muito claro, as máquinas copadoras às vezes o ignoram. A gravação em pedra pode também oferecer alguma dificuldade.
- Há lanches na sala; coma e beba deles. Estudos indicam que açúcar faz bem para a glândula pineal.



DADOS ÚTEIS

Sol		Unidade Astronômica (UA)	$1,5 \cdot 10^8$ km
Massa	$2 \cdot 10^{30}$ kg	Parsec (pc)	206 265 UA
Magnitude Aparente	-26,8		
Luminosidade	$3,84 \cdot 10^{26}$ W	Const. Gravitacional (G)	$6,67 \cdot 10^{-11}$ N·m ² /kg ²
		Velocidade da luz no vácuo	$3,00 \cdot 10^8$ m/s
Terra		$\lambda_{\text{MAX}} \cdot T$ (em corpos negros)	$2,898 \cdot 10^{-3}$ K·m
Massa	$5,97 \cdot 10^{24}$ kg	Altura da Torre Eiffel	320 m
Raio	6370 km		
Albedo	0,367	Dia Sideral Médio	23 h 56 min
Semi-eixo maior orbital	$1,496 \cdot 10^8$ km	Mês Sideral Médio	27 d 7 h 43 min
Excentricidade orbital	0,0167	Ano Trópico Médio	365,2422 d
		Ano Anomalístico Médio	365,2596
Lua			
Massa	$7,35 \cdot 10^{22}$ kg	Albedo	0,39
Raio	1740 km	Albedo	0,39
Albedo	0,136	Albedo	0,39
Semi-eixo maior orbital	384 000 km	Albedo	0,39

QUESTÕES CURTAS

1. Desenhe duas constelações, com todas as informações relevantes que você lembrar sobre elas.
2. O que tem mais massa: a atmosfera terrestre ou a humanidade inteira?
3. Enrico Fermi disse, certa vez, que um discurso político dura, em média, um micro-século. Quanto isso vale em horas, minutos e segundos?
4. Para fazer um analema lunar (isto é, uma figura similar ao analema solar, produzida por causas análogas), teríamos que fotografar a Lua em que intervalos de tempo? Dê o nome desse intervalo de tempo e indique sua resposta em horas.
5. A massa de uma estrela determina muitas de suas características, incluindo sua magnitude absoluta. Na sequência principal, uma estrela de $10 M_{\text{SOL}}$ possui magnitude absoluta em torno -5 e uma estrela de $1 M_{\text{SOL}}$ possui magnitude absoluta 5. Além disso, estrelas de menor massa são muito mais comuns: estima-se que para cada estrela de $10 M_{\text{SOL}}$ existam 500 estrelas de $1 M_{\text{SOL}}$!

Suponha que você tem um telescópio capaz de detectar estrelas com magnitude aparente até 17 e é capaz de determinar a magnitude absoluta e a massa de uma estrela observada com algum método. Contando todas as estrelas de uma certa região do céu, qual a razão entre estrelas de $10 M_{\text{SOL}}$ e $1 M_{\text{SOL}}$ que você espera encontrar? Esboce o diagrama HR dessa região do céu e comente-o



6. Qual seria a magnitude do Sol no céu da Terra se a temperatura em sua fotosfera dobrasse? Qual seria sua cor?
7. Em uma bela noite equinocial, um morador de Macapá ($00^{\circ} 02' N$, $51^{\circ} 04' O$) vê um trânsito especial: um satélite passando na frente da Lua Cheia! Consultando um catálogo, o macapaense descobriu tratar-se de um Brasilsat, um satélite geoestacionário brasileiro usado para telecomunicações. Um observador de Porto Alegre ($30^{\circ} 02' S$, $51^{\circ} 14' O$) poderia ter visto o fenômeno? Se não, a que distância angular o satélite teria passado, com relação à Lua?
8. Imagine que, por acidente, um dos satélites geoestacionários Brasilsat teve seu plano de órbita inclinado em cerca de 20 graus, mantendo-se intactos todos os outros parâmetros da órbita. Que desenho no céu esse satélite deve fazer para nosso valoroso observador macapaense?
9. Imagine que estejamos observando um belo aglomerado estelar em nosso telescópio. Então alguém, tentando pregar uma peça, tampa a metade esquerda da lente objetiva com uma fita isolante preta. Como um observador desavisado verá o aglomerado, nessa versão customizada do telescópio?
10. Uma nave tripulada está em apuros! Nossos heróis estão sem água há 3 dias, e estão à beira da morte! Se ficarem mais 10 horas sem água, todos morrerão! Na Terra de 2100, toda a água potável acabou e nossos heróis foram ao espaço procurar por água. Para isso, estão em uma órbita circular de altura h . Por sorte, eles detectaram um galão de água na mesma órbita!, mas formando um ângulo ϕ entre Galão-Terra-Nave.

Considere que o sistema de foguete da nave funciona em pequenos disparos que alteram instantaneamente sua velocidade na direção do disparo, por uma quantidade Δv (impulso específico). A direção do disparo é especificada pelo ângulo θ entre a velocidade v da nave e o vetor Δv .

- a. Explique esquematicamente como podemos salvar nossos heróis.
- b. Sabendo que $h = 400$ km e $\phi = 70^{\circ}$, calcule o impulso Δv necessário.



QUESTÕES LONGAS

11. Como todos os astrônomos românticos sabem, a Lua-do-Inverno ilumina mais que a Lua-do-Verão. Vamos verificar isso.
- Calcule o fluxo luminoso da Lua Cheia sobre a Terra, em um local / data em que a Lua esteja no zênite.
 - Para um observador em Brasília ($15^{\circ} 48' S$, $47^{\circ} 51' O$), calcule a altura máxima da Lua Cheia no inverno e a altura máxima no verão.
 - Ainda em Brasília, quantas vezes mais iluminada é uma superfície horizontal no inverno do que no verão?
 - Em cada um dos casos, a iluminação da Lua corresponde à iluminação de uma lâmpada de 60 W a que distância do observador?
12. Na tabela a seguir estão as datas e horários dos periélios entre os anos 2000 e 2020, todos no horário de Greenwich (*Universal Time*). Na primeira coluna, as datas em formato padrão; na coluna do meio, os momentos do periélios contados em dias (dia decimal: 0,1 dia = 2h24m) desde a meia-noite do dia 1/1/2000; na coluna da direita, aparecem as datas no calendário de culto a Rá, conforme explicado no item c.

03/01/2000 05:00	2,21	2,21
04/01/2001 09:00	369,38	4,12
02/01/2002 14:00	732,58	2,06
04/01/2003 05:00	1099,21	3,43
04/01/2004 18:00	1464,75	3,71
04/01/2005 01:00	1828,04	1,74
04/01/2006 16:00	2195,67	4,11
03/01/2007 20:00	2559,83	3,01
03/01/2008 00:00	2924,00	1,92
04/01/2009 15:00	3291,63	4,29
03/01/2010 00:00	3655,00	2,40
03/01/2011 19:00	4020,79	2,93
05/01/2012 01:00	4387,04	3,92
02/01/2013 05:00	4750,21	1,84
04/01/2014 12:00	5117,50	3,87
04/01/2015 07:00	5482,29	3,40
02/01/2016 23:00	5845,96	
04/01/2017 14:00	6213,58	
03/01/2018 06:00	6577,25	
03/01/2019 05:00	6942,21	
05/01/2020 08:00	7309,33	

Olhando a tabela, é fácil perceber que o periélio não acontece todos os anos na mesma data.



- a. Explique porque a diferença entre o ano civil (o ano usado no calendário) e o ano anomalístico (o tempo para o Sol retornar ao periélio, ou ao afélio) faz com que o periélio não aconteça sempre no mesmo dia e hora do ano.
- b. Explique qual é o efeito gerado pela diferença entre o ano trópico (o tempo para o Sol retornar ao ponto vernal) e o ano anomalístico. Em aproximadamente quanto tempo o periélio ocorrerá no mesmo dia que o solstício de verão do hemisfério sul?
- c. Suponha agora que você iniciou um culto a Rá (ou Tonatiuh, se preferir). Como duração do ano do seu calendário, você usa o ano anomalístico médio. Por conveniência, a contagem do tempo começa a meia noite do dia 1° de janeiro de 2000. Calcule em que dia do ano do seu calendário ocorrerão os periélios de 2016 à 2020. Nós já calculamos para os anos anteriores (coluna da direita).

Observe que, mesmo usando o ano anomalístico médio como referência, o periélio não ocorre sempre na mesma “data”. Em outras palavras, o intervalo entre duas passagens pelo periélio não é constante! Uma das razões para esta oscilação é a Lua. O centro de massa do sistema Terra-Lua descreve uma trajetória elíptica, tendo o Sol como um dos focos (N-ésima de Kepler). Mas a Terra orbita o centro de massa do sistema Terra-Lua. Nosso objetivo, a partir de agora, é calcular a contribuição da Lua para a mudança da data do periélio.

- d. A partir de seu novo calendário, estime a variação da data do periélio. O valor que você encontrou é uma estimativa superior, inferior ou exata?
- e. Calcule a distância do centro da Terra ao centro de massa do sistema Terra-Lua. Consideraremos daqui em diante a órbita da Lua como circular e contida no plano da eclíptica.
- f. A distância r do Sol ao centro de massa do sistema Terra-Lua, em função do ângulo θ percorrido por este, desde o ponto em que a distância é mínima, pode ser descrita pela função

$$r = \frac{a(1 - \epsilon^2)}{1 + \epsilon \cos\theta}$$

onde a é o semi-eixo maior e ϵ a excentricidade da órbita. Calcule a distância para valores de θ igual a $-0,10 \text{ rad}$, $-0,05 \text{ rad}$, $0,00 \text{ rad}$, $0,05 \text{ rad}$ e $0,10 \text{ rad}$.

- g. Estime, finalmente, a variação da data do periélio causada pela Lua. *Dica: Fazer um gráfico com os valores encontrados na questão anterior pode ajudar.*
- h. O valor encontrado é coerente com o encontrado a partir da tabela? Se não, proponha um modelo para encontrar uma estimativa melhor. Elabore seu modelo o máximo possível, mesmo que você não seja capaz de resolver as equações que venham a aparecer.

13. Faça um desenho que represente sua visão sobre o Universo.

awen pona o.