



Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica
Centro de Condução Discente

Processo de Seleção para Olimpíadas Internacionais de 2013

Prova Final

RECOMENDAÇÕES

- Pense.
- Explique o que pensou.
- Seja claro.
- Sempre respeite os algarismos significativos.
- Mantenha os ritmos respiratório e cardíaco estáveis ao longo de toda a prova.

INSTRUÇÕES

- Todo o papel com que você tiver contato será de um dos quatro tipos abaixo:
 - *Caderno de Questões*: é seu, leve-o para casa;
 - *Folhas de Resposta*: é o que você entregará. Toda folha deve conter seu nome/sobrenome, série escolar em 2013, número da página e número total de páginas. Por exemplo:
“Hug-Bug Souza (3º ano de 4)– pag 6/10”
 - *Carta Celeste*: deve ser anexada às Folhas de Resposta.
 - *Rascunho*: será socialmente integrado ao lixo no final da prova.
- O *Caderno de Questões* contém 18 questões. Procure responder a todas. Uma sugestão para a divisão de tempo para a prova (tente não passar muito disso): 1 h para curtas, 2 h para médias, 2 h para longas.
- As *Folhas de Resposta* devem ter margem e espaçamento generosos. Para qualquer questão que ocupar mais de uma página, a questão seguinte deve começar em uma página nova. Caso contrário, a ira da Serpente Maligna do Fogo Celeste cairá sobre você.
- Há *papel em branco* disponível em quantidade maior do que você usará.
- Pode escrever com caneta, lápis, martelo e cinzel, etc. Estamos interessados nas suas ideias e não no tipo de material que você usará para expressá-las. Tome cuidado apenas com lápis muito claro.
- Pode usar régua, compasso, transferidor e outros objetos mais exóticos para fins diversos.
- Não pode usar (i) computadores (que gerem qualquer output mais complexo que números em uma tela), (ii) livros (ou qualquer pedaço de matéria com texto escrito ou desenhado, exceto os liberados acima), (iii) pessoa (ou qualquer ser suficientemente racional para lhe poupar do trabalho duro que esta prova exige).
- Deve usar calculadora (CAL-CU-LA-DO-RA!). Se não tiver trazido, avise.
- ❖ Coma das nossas deliciosas guloseimas! Açúcar faz bem para a glândula pineal.
- ❖ A prova começa às 13 e termina às 18 horas de Brasília. Você tem cinco horas da sua vida para fazer a prova. Faça bom uso dessas horas.



DADOS

Diâmetro da pupila humana	6 mm	Mês sideral	27,32167 dias
Altura da Torre Eiffel	320 m	Mês anomalístico	27,55455 dias
1 UA	$1,5 \times 10^8$ km	Mês sinódico	29,53059 dias
Raio orbital de Júpiter	5,20 UA	Ano Tropico	365,24219 dias
Raio orbital de Saturno	9,58 UA	Ano anomalístico	365,259636 dias
1 pc	206265 UA	Período de Precessão Terrestre	26 000 anos
1 mas	0°00'00,001"	Obliquidade da eclíptica	23,4°
Massa da Terra	6×10^{24} kg	Inclinação da órbita lunar (com relação à eclíptica)	5,14°
Raio da Terra	6 370 km	Constante de Boltzmann	$1,38 \times 10^{-23}$ J · K
Raio da Lua	1740 km	Constante de Planck	$6,62 \times 10^{-34}$ J · s
Massa do Próton	$1,672 \times 10^{-27}$ kg	Const. Stefan-Boltzmann (σ)	$5,67 \times 10^{-8}$ W/m ² K ⁴
Const. Gravitacional (G)	$6,67 \times 10^{-11}$ no SI	$\lambda_{\max} \cdot T$	$2,897 \times 10^6$ nm · K
Constante de Hubble (H)	73 km/s/Mpc		
Razão perímetro /diâmetro do círculo	π		

Albedo 0.39 Albedo 0.39 Albedo 0.39 Albedo 0.39 Albedo 0.38 Albedo 0.39 Albedo 0.39 Albedo 0.39 Albedo 0.39 Albedo 0.39
 Albedo 0.39 Albedo 0.39 Albedo 0.39 Albedo 0.39 Albedo 0.39

RASALHAGUE, A NEFASTA

TAMBÉM CONHECIDA COMO RASALHAGUE A

Coordenadas Equatoriais	
Ascensão Reta	17 ^h 35 ^m (considere 18 ^h)
Declinação	+12° 34'
Paralaxe	67,13 ± 1,03 mas
Magnitude aparente	2,07
Movimento Próprio	
em ascensão reta	+108 mas/ano
em declinação	-222 mas/ano
Tipo Espectral	A5 III
Massa	2,40 (+0,23; -0,37) M _☉
Raio Polar	2,6 R _☉

SOL

Massa (M _☉)	2×10^{30} kg
Raio (R _☉)	695 500 km
Magnitude aparente	-26,74
Magnitude absoluta	4,83
Luminosidade	$3,84 \times 10^{26}$ W
Temperatura (fotosfera)	5800 K
Velocidade em relação ao centro galáctico	(230, 5, 7) km/s*

NGC 0134

Coordenadas Galácticas	
latitude (b)	-82,377976°
longitude (l)	338.307087°
Magnitude aparente	8,78

* A velocidade é dada na forma (x, y, z), onde x aponta para o centro galáctico (positivo no sentido Sol-CG), y é perpendicular a x no plano galáctico (crescendo na direção horária quando visto do Pólo Norte Galáctico), z aponta para o Pólo Norte Galáctico.



QUESTÕES NEFASTAMENTE CURTAS

0. No mapa anexo, marque as fronteiras da constelação do Ofiúco e faça um X em Rasalhague, a alfa do Ofiúco. Marque também, com a melhor precisão que puder:
 - a. A Eclíptica;
 - b. Escorpião, Cruzeiro do Sul, Órion;
 - c. 3 outras constelações e 5 outras estrelas, com seus nomes;
 - d. 3 nebulosas ou objetos do catálogo M ou NGC, com respectivos nomes e/ou números.

1. Punta Arenas ($53^{\circ} 10' S : 70^{\circ} 56' W$) é uma bela cidade no extremo sul do Chile. Ao visitar a cidade, o autor desta questão sentiu uma inexplicável saudade de Rasalhague e vasculhou o céu atrás dela. Ele sente que, a partir de agora, esse desejo contagiará todos os leitores da questão, não importa quanto tempo demorem para conhecer a cidade. Rasalhague pode ser vista de Punta Arenas?

2. Rasalhague pode ser ocultada pelo Sol? E pela Lua? Por quê?

3. Qual o módulo da velocidade tangencial à Esfera Celeste de Rasalhague? Qual sua direção, isto é, seu ângulo com a direção Sul?

4. Qual a luminosidade de Rasalhague? Desenhe um Diagrama HR e marque a estrela nele, marcando no diagrama os principais grupos estelares.

5. Nossas medidas da velocidade de rotação da Alfa do Ofiúco fornecem o valor extremamente alto de 240 km/s, apesar de não ser uma estrela muito maior que o Sol. Sobre isso:
 - a. Como devem ser as linhas espectrais de Rasalhague? Por que?
 - b. Como deve ser o formato de Rasalhague? Por que?
 - c. O eixo de rotação de Rasalhague é inclinado $87,7 \pm 0,4^{\circ}$ em relação à nossa linha de visada. Supondo que a estrela gire como um corpo rígido, calcule sua velocidade real de rotação.
 - d. Supondo que o diâmetro de Rasalhague seja 20% maior no seu equador do que em seus pólos, calcule (com a precisão / incerteza correta) a razão entre as acelerações gravitacionais que seriam sentidas por um observador no pólo e no equador da estrela. Suponha que o observador não se desfaça a 10 000 K e possa medir a aceleração.

6. Supondo que a estrela mais brilhante possível possua uma temperatura superficial de 50 000 K e um raio de 35 raios solares, qual é a máxima distância possível para uma estrela ser observada a olho nu? Compare essa distância com objetos de escala similar (Via Láctea, Grupo Local de Galáxias, etc).



QUESTÕES MÉDIAS

7. Rasalhague poderá ser vista de Punta Arenas daqui a 13 000 anos? Quais serão as coordenadas (α , δ) dela nesta época?
8. Da Terra, Júpiter e Saturno são vistos em conjunção, ao mesmo tempo que, de Júpiter, a Terra é vista em elongação máxima.
- Qual a diferença de longitudes heliocêntricas entre Júpiter e Saturno?
 - Quanto tempo leva para que Júpiter e Saturno voltem a ter essa mesma diferença de longitudes heliocêntricas?
 - Quando isso acontecer, qual será a distância angular de Júpiter a Saturno no céu?
9. Quanto tempo dura, aproximadamente, um eclipse lunar? Considere apenas o intervalo de tempo em que a Lua está sendo coberta completamente pela umbra. Suponha eclipse central.
10. Um binário é chamado de *doidão* quando as órbitas de suas componentes se tocam em apenas um ponto. Considere certo binário *doidão*, de perfil para a Terra, de que foram calculadas:
- a maior distância angular entre as componentes para um observador terrestre: $0.04''$
 - a menor distância angular entre as componentes para um observador terrestre: $0.02''$
 - o semi-eixo-maior da órbita da componente mais massiva: 2 UA

Qual o semi-eixo-maior da órbita da componente menos massiva?

11. Em alguns binários ocorre algo mais *doidão* do que no Binário *Doidão* do exercício anterior. Se as estrelas estão muito próximas, elas começam a se fundir e acabam se tornando uma única estrela. Exemplos prováveis disso são as *Blue Stragglers*. Imagine o seguinte sistema:

Estrela 1	Estrela 2
$M_1 = 10 M_{\odot}$	$M_2 = 2 M_{\odot}$
$R_1 = 6 R_{\odot}$	$R_2 = 2 R_{\odot}$
$v_{rot1} = 30 \text{ km/s}$ (no equador)	$v_{rot2} = 10 \text{ km/s}$ (no equador)
$a_1 = 0,1 \text{ UA}$	$a_2 = 0,25 \text{ UA}$

Sabendo que elas se fundiram e que o raio da resultante foi $5 R_{\odot}$, calcule a velocidade de rotação da nova estrela formada. Considere que, antes do início da transferência de massa, as órbitas eram circulares e a rotação das estrelas ocorria no mesmo sentido da revolução. Despreze a perda de massa do sistema no processo. O momento de inércia de uma esfera é $I = \frac{2}{5} MR^2$

12. Se fizermos fotografias para montar um analema solar mas marcarmos nessas fotografias a posição de alguma estrela, que figura geométrica ela fará no céu? Desenhe como a foto ficaria se marcássemos, com o analema, a estrela Tejat Posterior ($\mu \text{ Gem}$; $\alpha = 6^{\text{h}} 22^{\text{m}}$, $\delta = +22^{\circ} 30'$).
13. Em 2 de Abril de 2008, um telescópio (40 cm de diâmetro, $f/10$) do Observatório Bosscha foi usado para observar o Sol. Na observação, foi encontrada uma região ativa, 0987 (baseado no número NOAA) a 8° Sul e 40° Oeste do centro do disco solar. A região foi gravada com uma câmera CCD SBIG-8 (1600 x 1200 pixels, $10 \mu\text{m} \times 10 \mu\text{m}$ pixel) e seu tamanho foi de 5×4 pixels. De acordo com o Almanaque Astronômico, o diâmetro solar é $32'$. Quão grande é a área da região ativa em unidades de milionésimo (10^{-6}) do hemisfério solar (msh)?



QUESTÕES LONGAS

14. O Sol emagrece e o ano muda!

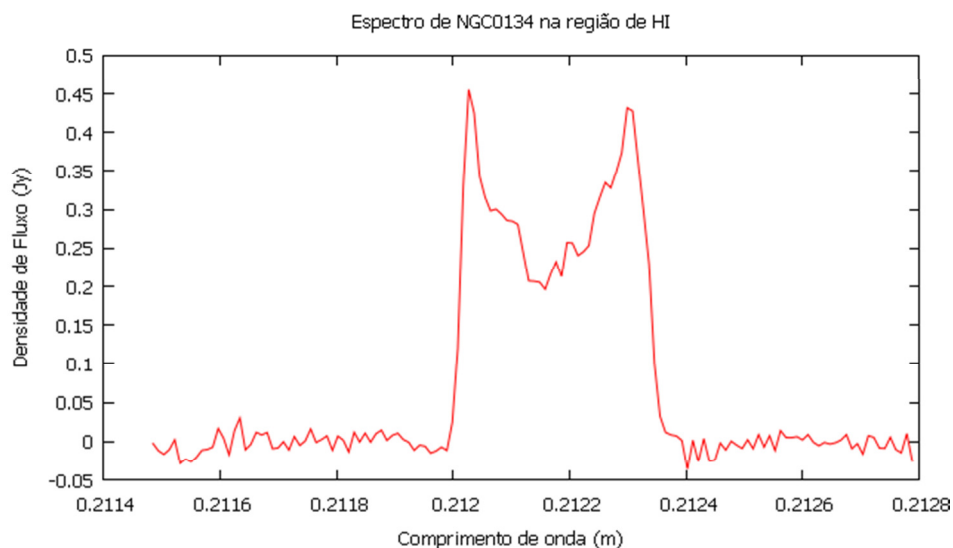
- Durante o período de 10 000 anos de história registrada, em quanto variou o comprimento do ano devido à perda de massa do Sol? Considerando que (i) luminosidade do Sol é $3,84 \cdot 10^{26}$ W e (ii) O vento solar, nas vizinhanças da Terra, tem densidade média de 8 prótons/cm³ e velocidade média de 468 km/s.
- Como ficaria a órbita da Terra se essa quantidade de massa fosse perdida instantaneamente?

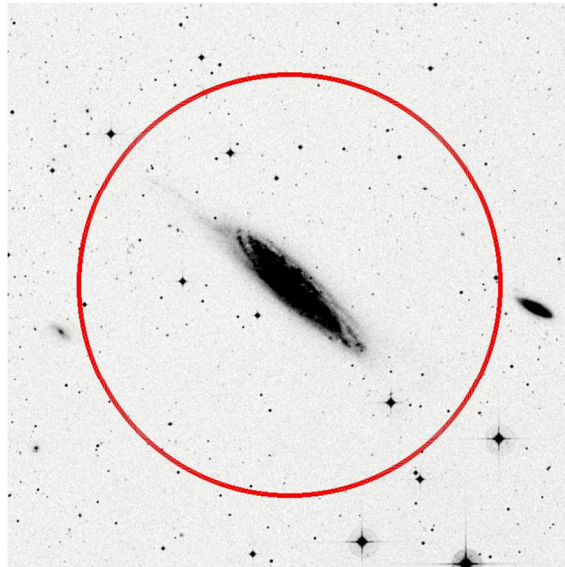
15. A relação de Tully-Fisher é uma relação semi-empírica entre a magnitude absoluta de galáxias espirais (M) e a velocidade máxima do gás dentro da galáxia, com respeito ao centro (V). Essa relação é muito usada como vela-padrão em astronomia e cosmologia. Na região do visível, a relação pode ser descrita pela equação

$$M_v = -8,39 \log(2V) - 0,25$$

Um astrônomo está estudando a galáxia NGC 0134 (mostrada na próxima página), inclinada em relação à nossa linha de visada. Para isso, ele mediu o espectro de emissão dela na região da linha HI spin-flip de 21.1061 cm, num espectrógrafo de resolução de 10 μ m. Para ajudá-lo:

- Calcule a distância até NGC 0134 usando o método acima.
- Calcule a distância até NGC 0134 usando a Lei de Hubble.
- Sabe-se que a temperatura medida da Radiação Cósmica de Fundo é máxima (com um $\Delta T = 3,35$ mK em relação à média de 2,7256 K) na direção com coordenadas galácticas $l = 264^\circ$ e $b = 48^\circ$. Supondo que essa diferença seja causada pelo movimento da Via Láctea, calcule a velocidade da mesma com relação ao referencial onde a RCF é isotrópica.
- O resultado do item c permite resolver a discrepância entre os itens a e b? Se não, proponha outros fatores que possam explicar tal discrepância.





NGC 0134, que deveria ter aparecido na página anterior mas não coube.

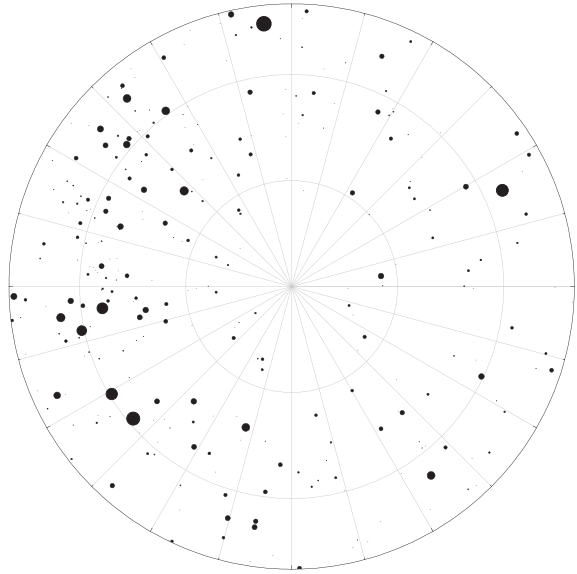
16. Em 2011, a NASA lançou dois satélites para explorar planetas com civilizações inteligentes. Para economizar combustível, ambos foram lançados com direção perpendicular à linha que ligava a Terra ao Sol. Após o lançamento, os astrônomos notaram que um dos satélites tomou uma órbita parabólica e que o outro estava bem mais rápido, com velocidade 3 vezes maior que o primeiro, conforme o previsto. Isto é, ele assumirá uma órbita hiperbólica.

- a. Encontre uma relação entre a excentricidade da órbita hiperbólica e a razão entre velocidades (hiperbólica/parabólica) fornecida acima. Se quiser, use para isso a conhecida expressão da excentricidade orbital em função das constantes físicas do sistema. Se preferir, faça de outro jeito. A supracitada expressão é:

$$e = \sqrt{1 + \frac{2EL^2}{G^2M^2m^3}}$$

- b. Utilizando seus conhecimentos sobre hipérbolas, encontre uma relação teórica entre o ângulo de abertura de suas assíntotas e a excentricidade da órbita.
- c. Calcule a distância ao Sol das assíntotas da órbita em questão.
17. Narre, em primeira pessoa, o que o meteorito que caiu em Челябинск pode ter pensado durante sua viagem fatal através da atmosfera terrestre. Se quiser, pode adicionar um fundo musical à sua narrativa.

*.au ro ba'oi lo du'u do se stedu lo se janli be lo kesro'i kei do se jibni lo mikce certu
caso algum dia tua cabeça seja atingida por um meteoro, que um médico hábil esteja perto de ti.*



PLANISFÉRIO

